



MPS 方法在三维溃坝问题中的应用

张雨新, 万德成*

海洋工程国家重点实验室, 船舶海洋与建筑工程学院, 上海交通大学, 上海 200240

* 联系人, E-mail: dcwan@sjtu.edu.cn

收稿日期: 2010-12-06; 接受日期: 2010-12-20

国家自然科学基金(批准号: 10672101, 50739004, 11072154)和上海高校特聘教授(东方学者)岗位计划资助项目

摘要 MPS(Moving Particle Semi-Implicit)方法是一种拉格朗日粒子法, 在处理大变形流动问题中具有很大的优势. 将MPS方法应用到三维溃坝流动问题中, 并对粒子的移动方式进行了修改, 改进后的方法(XMPS)可以使粒子移动更加有序, 避免粒子间的相互穿透. 数值计算结果表明: MPS方法(包括XMPS)在处理复杂的自由面流动问题中具有很好的灵活性和可靠性, 数值模拟能够比较准确地预测出自由面的形状和位置, 即使在水面出现翻卷、入水和水柱撞击到障碍物时, 数值结果仍然能够与实验相吻合. 从细节上看, XMPS可以给出更为清晰、光滑的自由面形状, 并能更好地捕捉到流动的细节特征.

关键词 拉格朗日粒子法, MPS, 自由面流动, 三维溃坝流动

PACS: 47.10.ad, 47.11.Mn, 02.70.Ns

1 引言

自由面问题一直是 CFD 领域的一个难题, 为了在数值计算中精确地模拟自由面, 人们提出了许多种不同的处理方法, 比较有代表性的如早期的 PIC(Particle In Cell)^[1]、MAC(Marker And Cell)^[2]以及后来的 VOF(Volume Of Fluid)^[3]、Level-set^[4]等等, 这些方法在研究自由面流动问题中发挥了重要的作用, 但随着研究的问题越来越复杂, 自由面的形状常常存在较大的变形, 如波浪的翻卷、破碎等现象, 这些传统的数值方法常常难以给出满意的结果. 网格类方法在处理复杂边界形状问题时如何生成高质量的网格也是个难题, 尤其是对于动边界问题, 如船体在波浪中的运动, 网格类方法需要在计算过程中不断地更新网格, 计算量较大. 基于欧拉描述法的数值方

法在对流项离散时存在着数值耗散, 虽然人们提出了许多改进的办法, 但难以从根本上消除. 近年来, 拉格朗日粒子法逐渐受到人们的关注, 由于使用一些无固定拓扑关系、自由移动的粒子来表达流场, 拉格朗日粒子法在处理大变形的流动问题中具有极大的优势, 同时也避免了因对流项离散而产生数值耗散. 在计算流体力学中常用的粒子法有 SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), MPS (Moving Particle Semi-Implicit), PFEM (Particle Finite Element Method)^[5], FVPM (Finite-Volume Particle Method)^[6]和 DLSP (Discrete Least Squares Meshless Method)等^[7], 其中以 SPH 和 MPS 应用最广. SPH 方法是在 1977 年由 Lucy^[8]和 Gingold 和 Monaghan 等人^[9]提出来的, 最早是用来研究天体物理问题. 其基本思想是将连续的流体域用一系列离散的拉格朗日粒子来表达, 这

引用格式: 张雨新, 万德成. MPS 方法在三维溃坝问题中的应用. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 140-154
Zhang Y X, Wan D C. Application of MPS in 3D dam breaking flows (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 140-154,
doi: 10.1360/132010 1195

些粒子具有质量、动量、能量等物理量, 粒子间的相互影响是通过“核函数”(或叫光滑函数)的积分来实现的, 控制方程也被离散成粒子形式, 于是计算粒子的受力并追踪粒子的移动即可模拟整个流动问题, 这种思想对后来许多无网格方法产生了极为深远的影响. 早期的 SPH 被广泛地用于求解天体力学问题^[10], 如星体的碰撞(Benz^[11]和 Rasio 等人^[12])、宇宙的演化(Monaghan^[13])等, 自 20 世纪 90 年代起, SPH 逐渐受到人们的欢迎, 在一些学者的努力下 SPH 得到了极大的发展, 并开始应用到各种流动问题中, 包括准不可压缩自由面流动(Monaghan^[14]), 重力流(Monaghan 等人^[15]), 磁流体力学(Morris^[16]), 热传导(Chen 等人^[17]), 多孔介质流(Morris 等人^[18]), 高速冲击(Libersky 等人^[19]), 水下爆炸(Swegle 等人^[20]和 Liu 等人^[21])等等, 随着 SPH 的广泛应用, 无网格法所具有的巨大优势和潜力也逐渐被认识到, 越来越多的人开始关注无网格法的发展.

1995 年, Koshizuka 等人^[22]提出了一种新的求解不可压缩流动问题的无网格粒子法, 移动粒子半隐式法(Moving Particle Semi-Implicit, MPS), 该方法继承了 SPH 的基本思想, 但在一些处理手法和数值格式上却有别于 SPH. 众所周知, 对于不可压缩流体动力学的微分方程组, 压力没有显式计算方程, 如何精确求解压力是一个难点, 在 SPH 方法中, 压力是通过状态方程显式获得的, 这种做法只能通过弱可压模型来近似模拟不可压流动问题, 而 MPS 借鉴了 MAC 的处理方法, 通过压力 Poisson 方程隐式求解压力(Koshizuka 等人^[23]), 这样 MPS 可以求解真正不可压缩流动, 同时半隐式的格式也使 MPS 可以接受较大的时间步长, 减小计算量, 这种处理方法后来也被引入到了 SPH 中, 成为了 ISPH (Incompressible SPH)^[24]. 如今, MPS 以其显著的特点和优势受到了人们的关注, 并在许多流动问题中得到了应用, Koshizuka 等人^[25]用 MPS 模拟了破波问题以及浮体的运动, Chikazawa 等人^[26]结合 MPS 研究了弹性和黏塑性结构问题, Sueyoshi 等人^[27]模拟了浮体在波浪中的大幅运动, 包括在破舱时的运动情况, Gotoh 等人^[28,29]对溢流和破波进行了研究, Pan 等人^[30,31]研究晃荡及二维船体剖面的横摇阻尼问题. 随着应用的日益广泛, MPS 方法自身存在的一些问题也逐渐被人们注意到, 如压力的振荡、离散格式的守恒问题. 一些学者曾试图减缓或解决这些问题, Sueyoshi 等人^[32]采用了时间和空

间上做平均的方法来缓解压力的振荡, 但这属于一种后处理的方法, 不能从根本上消除压力的振荡. Hibi 等人^[33]也研究了压力的振荡现象, 并提出了一些改进方法, 如异向异性的核函数、修改压力边界条件. 也有学者提出对压力 Poisson 方程的右端项进行修改, 如高阶源项法(MPS-HS)^[34], Khayyer 等人^[34]对离散格式做了改进, 给出了一种动量守恒形式(即 CMPS). 这些改进的方法虽然还处在不断的发展和检验中, 但为 MPS 的应用和发展起到了很大的推动作用.

与此同时, 一些学者也开始尝试将 MPS 方法应用到三维问题中, Xie 等人^[35]基于三维 MPS 模型对液滴沉降进行了模拟, Shibata 等人^[36]研究了船舶在水中的受迫运动及甲板上浪问题, Gotoh 等人^[37]模拟了三维破波问题. 相对而言, MPS 在三维问题中的应用较少, 这一方面是由于三维流动中粒子间更容易发生相互穿透或压力的振荡等问题, 影响计算的稳定性, 另一方面, 三维问题中粒子的数量较多, 计算量很大, 同时粒子作用域变为球形, 邻居粒子数量远大于二维问题, 这使得线性方程组的带宽较大, 增加了方程求解的计算量. 然而, 三维问题的研究是十分重要的, 因为实际物理问题都是三维的, 而且很多工程问题是无法简化成二维问题的, 此外, MPS 方法在三维问题中的可靠性也需要进行更多的检验. 本文的主要工作是将 MPS 方法应用到三维溃坝流动问题中, 通过对计算结果的分析, 验证 MPS 方法的可靠性, 同时针对 MPS 方法中粒子分布过于零散的现象提出了改进方法, 修改后的格式可以使粒子移动更加均匀有序, 易于捕捉到流动的细节特征.

2 数值方法

2.1 控制方程

控制方程包括连续性方程和 N-S 方程, 对于不可压缩流体, 可写成如下形式:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{f}, \quad (2)$$

其中 ρ 为流体密度, P 为压力, \mathbf{V} 为速度向量, \mathbf{f} 是质量力, 一般为重力, ν 是流体的运动黏性系数. (1)

和(2)式的时间导数项是以物质导数的形式给出的,在粒子法中,粒子的位置和其他物理量都是基于拉格朗日描述法表达的,因此不需要计算对流项。

2.1.1 粒子作用模型

在粒子法中,所有的控制方程将被离散成粒子形式,不同粒子间的相互影响是通过核函数来体现的,核函数的形式可以有很多种,在 MPS 中常用的核函数是由 Koshizuka^[23]给出的:

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_s - r}{r_s} - 1, & 0 < r < r_s, \\ 0, & r_s \leq r, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $r = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$, 为两个粒子间的距离, r_s 为粒子作用域的半径,一般取一适当的有限距离。

在 MPS 方法中,为了表征流体粒子分布的疏密程度,定义了粒子数密度,如下:

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|). \quad (4)$$

从(4)式可看出,对于某个粒子 i 而言,粒子数密度为作用域内所有其他粒子的权函数值之和。与 SPH 中的粒子积分方式不同,(4)式忽略粒子 i 自身的贡献,显然这一特点会使得粒子数密度的相对变化率更加敏感于周围粒子的分布。如果假定粒子具有相同的质量 m ,则对于粒子 i 的流体密度将与该处粒子数密度成比例:

$$\langle \rho \rangle_i \sim m \langle n \rangle_i, \quad (5)$$

因此,在 MPS 的计算过程中,不可压缩条件等价于要求粒子的数密度为常数,一般取初始粒子数密度 n^0 为参考值。

(3)式所示的核函数的一个最大特点就是当 r 趋于 0 时, $W(r)$ 的值趋于无穷大,对于不可压问题,这可以有效地避免粒子的聚集,在某种程度上保证了计算的稳定性。但同时也可看到,当 r 较小,核函数 $W(r)$ 的导数较大,此时 r 的微小变化会导致 $W(r)$ 值的剧烈振荡。因此当流场变化较为剧烈或时间步长较大时,两个距离较近的相邻粒子间的相对运动易引起粒子数密度的剧烈变化,从而造成非物理压力,影响计算的稳定性,一般这样的问题常常出现在自由面处。可见使用形如(3)式的核函数时,优点与缺点是并存的。

2.1.2 梯度模型

与 SPH 不同, MPS 中梯度模型是通过作用域内粒子间位置矢量的加权平均来获得的,而非对光滑函数梯度的加权平均,如对任意标量函数 ϕ ,在粒子 i 处的梯度可定义如下:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|), \quad (6)$$

其中 D 为空间维数, n^0 为粒子的初始数密度。当 ϕ 为压力 P 时,即可得到压力梯度模型, Koshizuka^[25]提出对于(6)式可用 ϕ'_i 代替 ϕ_i ,其中 $\phi'_i = \min(\phi_j)$, j 为粒子 i 作用域内所有 $j \neq i$ 的粒子序列。这样使得任意两个粒子间的压力始终是排斥力,符合压力的物理意义,并使得计算更稳定,由此可得到压力梯度模型如(7)式,对于对称的粒子分布上述的替换并未引入额外的误差,但大部分情况下粒子是处于乱序状态的,这样的处理并非总是精确的。

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j - P'_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|), \quad (7)$$

其中 $P'_i = \min(P_j)$, 对于 $\{j | W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \neq 0\}$ 。

(7)式的最大缺点就是动量不守恒,粒子 j 对 i 的影响通常不等于 i 对 j 的影响,即使采用(6)式的形式也是动量不守恒的,如两个压力不等的粒子将产生同向的压力梯度,从而推动两个粒子朝同一方向加速(如果是有限差分法,这无疑将是正确的,然而粒子法中这却是非物理的,由此也可看出基于欧拉观点下的数值方法和拉格朗日粒子法之间不仅仅是流体力学中欧拉描述法与拉格朗日描述法之间的不同,还有更为深刻的区别),于是整个粒子系统将违背动量守恒定律,本文借用 SPH 中的方法,将压力梯度改写为

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j + P_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|). \quad (8)$$

显然上式是满足动量守恒的,粒子 j 对 i 的影响与 i 对 j 的影响是相同的,同时压力将是对称的推力。

2.1.3 Laplacian 模型

无论是 N-S 方程中黏性项 $\nabla^2 \mathbf{V}$ 的计算还是后面将要提到的压力 Poisson 方程的求解,都需要对拉普拉斯算子 ∇^2 进行空间离散,在 MPS 法中, Laplacian

力.

(iv) 根据求得的压力, 对速度和粒子位置进行隐式修正:

$$V_i^{*n+1} = V_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{*n+1}, \quad (24)$$

$$r_i^{*n+1} = r_i^* + \Delta t \cdot V_i^{*n+1}. \quad (25)$$

在 MPS 的计算结果中, 粒子的分布常常过于凌乱, 这看起来在某种程度上给人一种非物理的印象, 本文参考 XSPH 的方法, 对(24)和(25)式进行修改, 如下:

$$V_i' = V_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{*n+1}, \quad (26)$$

$$V_i^{*n+1} = V_i' + \varepsilon \frac{1}{n^0} \sum_j (V_j' - V_i') w_{ij}, \quad (27)$$

$$r_i^{*n+1} = r_i^* + \Delta t \cdot V_i^{*n+1}, \quad (28)$$

其中 ε 是一小参数, 本文取 $\varepsilon = 0.01$.

(27)式中最后一项的引入相当于对粒子速度在作用域范围内做了一定程度的平均, 这会使粒子的移动更加均匀, 分布更有序, 减少粒子间的相互穿透. 这里仿照 XSPH 命名, 不妨把上面改进后的方法称为 XMPS 方法, 其中 X 表示引入一个未知因子. 需要指出的是, XSPH 通常用在无黏的弱可压缩流动中, 用来保证粒子的有序性, 在 MPS 方法中, 流体的不可压缩性是通过求解压力 Poisson 方程来“精确”满足的, 引入形如式(27)的修改, 是否会影响粒子位置的修正而不能保证粒子数密度为初始常数(即 $n^{*n+1} \neq n^0$), 从而影响下一时刻压力的求解, 是一个值得考虑的问题. 事实上, 经过(25)式的修正后粒子获得了下一时刻的位置. 但在该位置上, 粒子数密度并非精确等于初始密度, 通常会存在一定的偏差, 在不使用迭代的情况下, 这一误差会被直接带入到下一时刻的计算中. 这种误差的存在是不会被累积的, 大部分时候数值计算可以持续地进行下去. 但对于复杂的流动, 粒子位置经过(24)和(25)式的独立修正后, 可能出现相邻粒子的过于聚集或穿透现象, 于是下一时刻粒子数密度与初始粒子数密度偏差过大, 从而产生很大的非物理压力, 造成粒子在空间上和压力在时间上的振荡, 影响计算的稳定性. 引入(27)式则可以使粒子相对周围粒子以较为平滑的速度移动, 有效地避免粒子间的迅速聚集和相互穿透(在三维问题中尤为重要), 对于粒子分布较为均匀、流动比较平缓的流

场, (27)式的引入并不会产生太大的影响. 本文将在后面的算例中讨论这两种方法在计算结果上的区别.

2.3 自由面的判断

MPS 中, 自由液面判断相对较为简单, 当粒子的数密度 $\langle n \rangle_i'$ 满足:

$$\langle n \rangle_i' < \beta \cdot n^0, \quad (29)$$

即被判定为自由面粒子. 在求解压力 Poisson 方程时, 自由面粒子被指定 0 压力边界条件, β 是一参数, 对自由面的判断有一定的影响, 一般取值为 $\beta = 0.8 \sim 0.99$.

3 数值模拟

溃坝问题作为 CFD 中的经典算例, 常常被用来验证自由面模拟方法的可靠性. 本文选用 3 个溃坝模型进行数值计算, 并与实验结果进行比较, 分析 MPS 方法在处理大变形流动问题时的可靠性.

3.1 溃坝模型 1

初始水柱的几何尺寸为 $L \times 2L \times L$, $L = 0.146$ m, 如图 1 所示. 初始时水柱被挡板挡住, 处于静平衡状态. 在 $t=0$ 时, 右侧挡板被迅速抽出, 水柱在重力的作用下开始坍塌. 实验模型如图 2(a)所示, 该实验是由 Koshizuka 等人完成的^[23]. 图 2(b)为初始时刻粒子的分布, 为了便于观看, 隐去了部分边界粒子, 计算域取为 $4L \times 4L \times L$, 粒子间距 $\Delta l = L/20$, 流体粒子数为 $20 \times 40 \times 19$, 粒子总数为 71495, 边界粒子数为 56295, 其中第一层边界粒子参与压力计算.

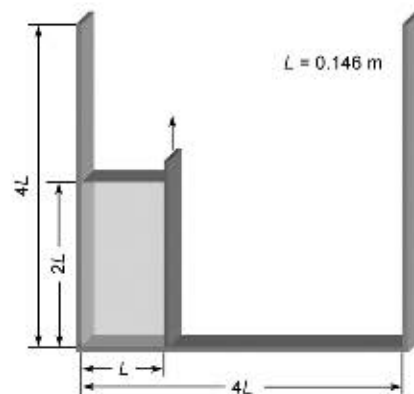


图 1 溃坝模型 1 的几何尺寸

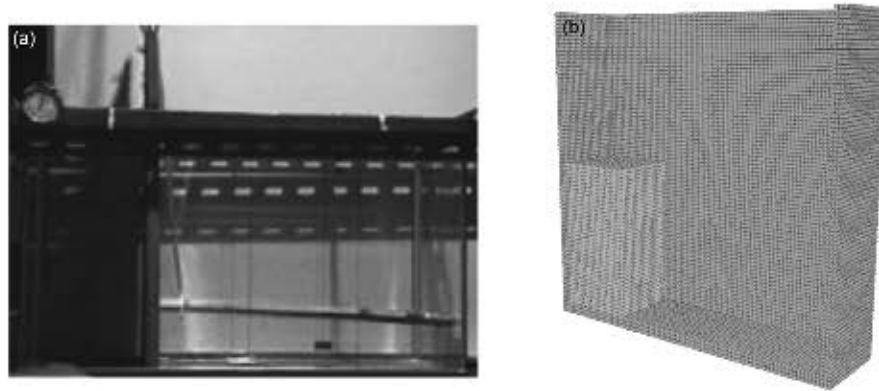


图2 溃坝模型1的初始状态

(a) 实验; (b) 3D 数值模拟

所有壁面采用不可滑移边界条件, 水的密度为 1000 kg m^{-3} , 运动黏性系数 $\nu=1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, 重力加速度为 9.80 m s^{-2} , 计算参数如表 1, 粒子作用半径和自由面判断参数的取值参照了 Koshizuka 的研究结果^[23], 这是通过一系列数值实验来选取的, 时间步长取一固定值, 对应 Courant 数满足:

$$\frac{V_{\max} \Delta t}{\Delta l} < 0.05,$$

其中 V_{\max} 是以 $\sqrt{2g(2L)}$ 为估算值, 实际上, 当水柱撞到右侧壁面时, 流场中最大速度要远大于该值.

表1 计算参数

粒子作用半径 梯度模型、 数密度计算	Laplacian 模型	自由面判断	时间步长
$r_i = 2.1 \Delta l$	$r_{i,j} = 4.0 \Delta l$	$\beta = 0.97$	$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$

图 3~7 给出了 $t < 1.0 \text{ s}$ 时不同时刻溃坝模型 1 的实验和数值模拟结果. 从图 3 中可以看到, 在 $t = 0.2 \text{ s}$ 时, 水柱已经坍塌, 水柱前缘沿着水槽底面迅速向右侧移动, 数值计算结果与实验吻合地比较好. 在接近 $t = 0.3 \text{ s}$ 时水柱前端撞到右侧壁面, 水面开始上升并伴有水花的飞溅, 从图 4 ($t = 0.4 \text{ s}$) 中可看到, 由于右侧壁面的阻挡, 在惯性作用下, 水面沿着右侧壁上升. 直到 $t = 0.6 \text{ s}$ 左右, 上升的水流在重力的作用下开始下落, 并与从底部向上运动的水流汇集在一起, 水面出现一个隆起, 同时由于右侧壁附近水流的垂向速度不均匀, 在回落过程中右侧壁上的水层被拉薄, 从图 5 和 6 可以看到这一现象. XMPS 的计算结

果明显捕捉到了这一细节. 相对而言, MPS 的粒子分布较 XMPS 凌乱. 这主要有两个原因: 一是由于 XMPS 方法对粒子速度做了一定程度的平均, 使得粒子运动更为有序, 易于给出清晰、光滑的自由面形状. 第二, 在传统的 MPS 方法中, 自由面粒子的判断是由式(29)决定的, 被判定为自由面的粒子不参与压力 Poisson 方程计算, 这一处理极易造成计算的不稳定. 因为自由面粒子不受不可压缩条件控制, 移动较为自由, 这会使得自由面粒子附近的流体粒子的数密度产生振荡(尤其是当使用形如式(3)的核函数时), 从而伴有非物理压力的产生, 同时自由面粒子的位置也会有相应的振荡, 这一问题在水面翻卷后入水或水滴撞入液面时会变得更为明显. 适当地减小时间步长可以缓解或避免这一问题, 但不能从根本上解决. 应当采用更为合理的计算模型来处理自由面处的粒子, 但这一工作未包含在本文中. 在 $t = 0.7 \text{ s}$ 时水面发生翻卷, 随后翻卷的水面再次入水, 并撞击出一水柱, 冲向左侧壁面(如图 6), $t = 1.0 \text{ s}$ 时, 水面撞击到左侧壁(如图 7). 值得注意的是本文模拟的是单相流动, 没有计入空气的影响, 而实际在波面翻卷入水后, 会裹入一定的空气, 使水面更为混乱, 此时数值结果与实验存在一定的差别. 从整体上看, 对于溃坝这样大变形复杂的自由面问题, MPS(包括 XMPS)方法可以比较好地模拟出流动现象, 具有很强的灵活性.

图 8 和 9 给出了从 $1.0 \sim 2.6 \text{ s}$ 之间不同时刻 MPS 和 XMPS 的计算结果. 在 1.0 s 左右, 水撞击到左侧壁并沿着壁面上升了一段距离后, 水面再次发生翻卷及入水. 随后在 $t = 1.8 \text{ s}$ 时, 又一次撞击到右壁面, 水

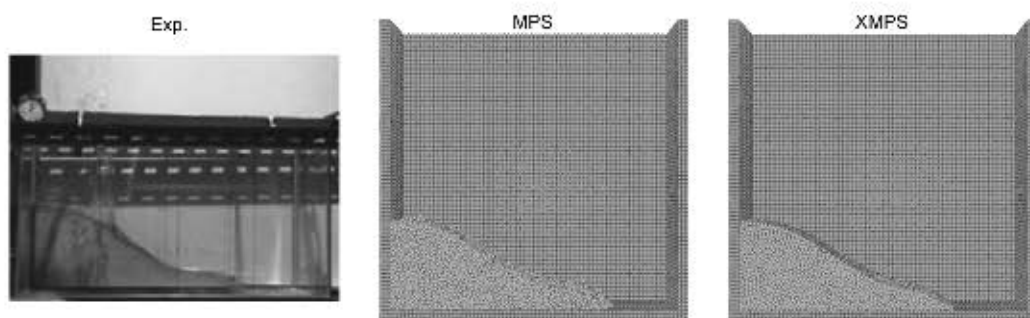


图3 实验与数值模拟结果对比($t=0.2\text{ s}$)

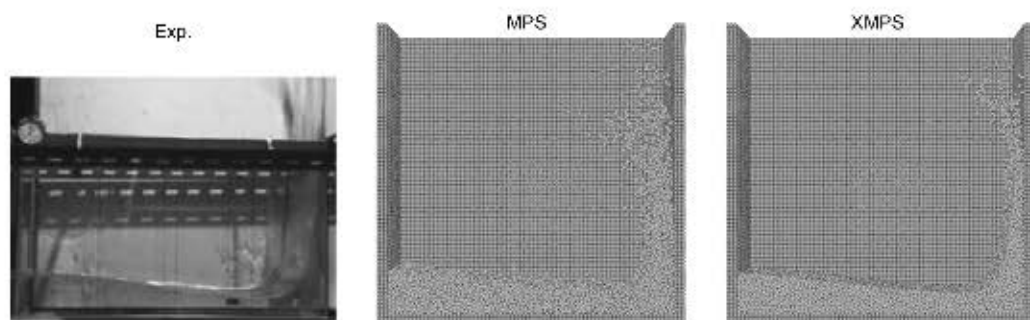


图4 实验与数值模拟结果对比($t=0.4\text{ s}$)

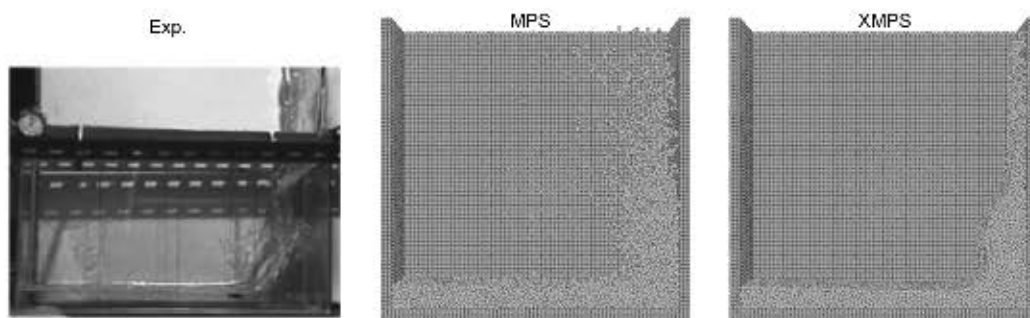


图5 实验与数值模拟结果对比($t=0.6\text{ s}$)

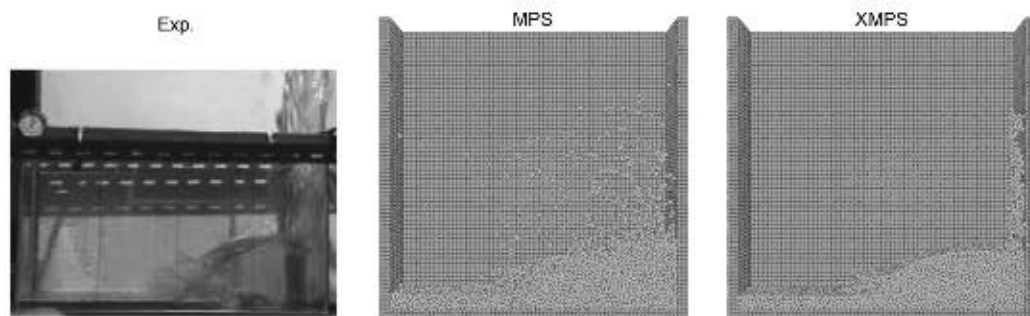


图6 实验与数值模拟结果对比($t=0.8\text{ s}$)

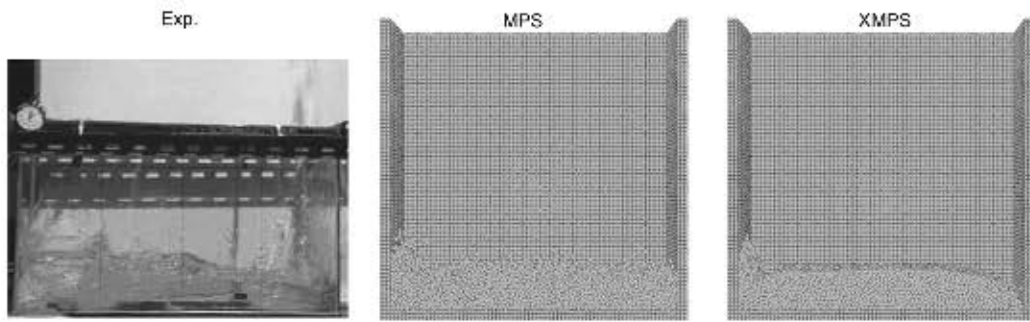
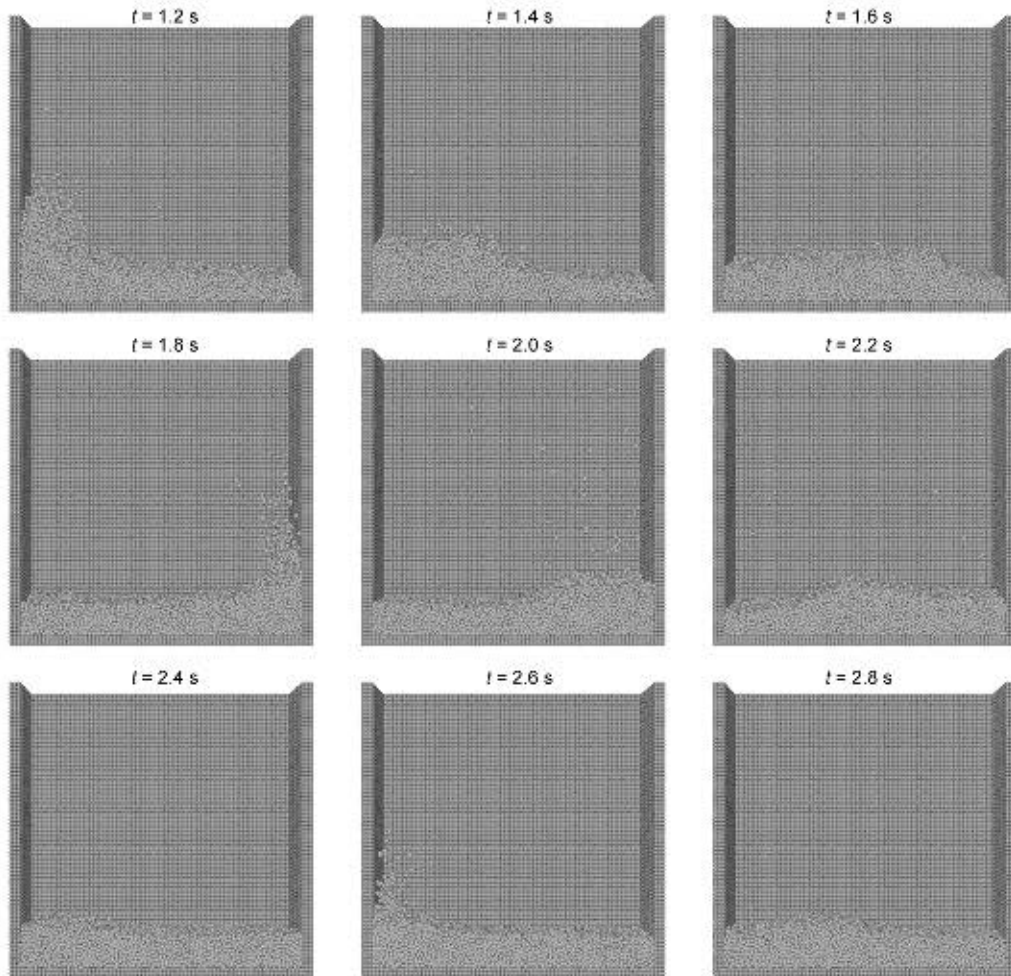
图7 实验与数值模拟结果对比($t=1.0\text{ s}$)

图8 MPS在不同时刻的数值模拟结果

被反射回来, 不过由于黏性的作用, 水的动能已明显减少, 波面上升较小, 没有出现波面的翻卷, 此后水在水槽中左右晃动. 在 $t=2.4\text{ s}$ 时, 水第二次撞击到左壁面, 随后又反射回来, 由于能量的耗散, 水面逐渐

趋于平静, 数值模拟终止于 2.8 s .

为了定量地验证数值模拟结果的可靠性, 这里将水柱的前缘和侧壁处的高度与实验结果进行对比, 如图 10 和 11. 实验数据来自 Martin 和 Moyce^[8], 为

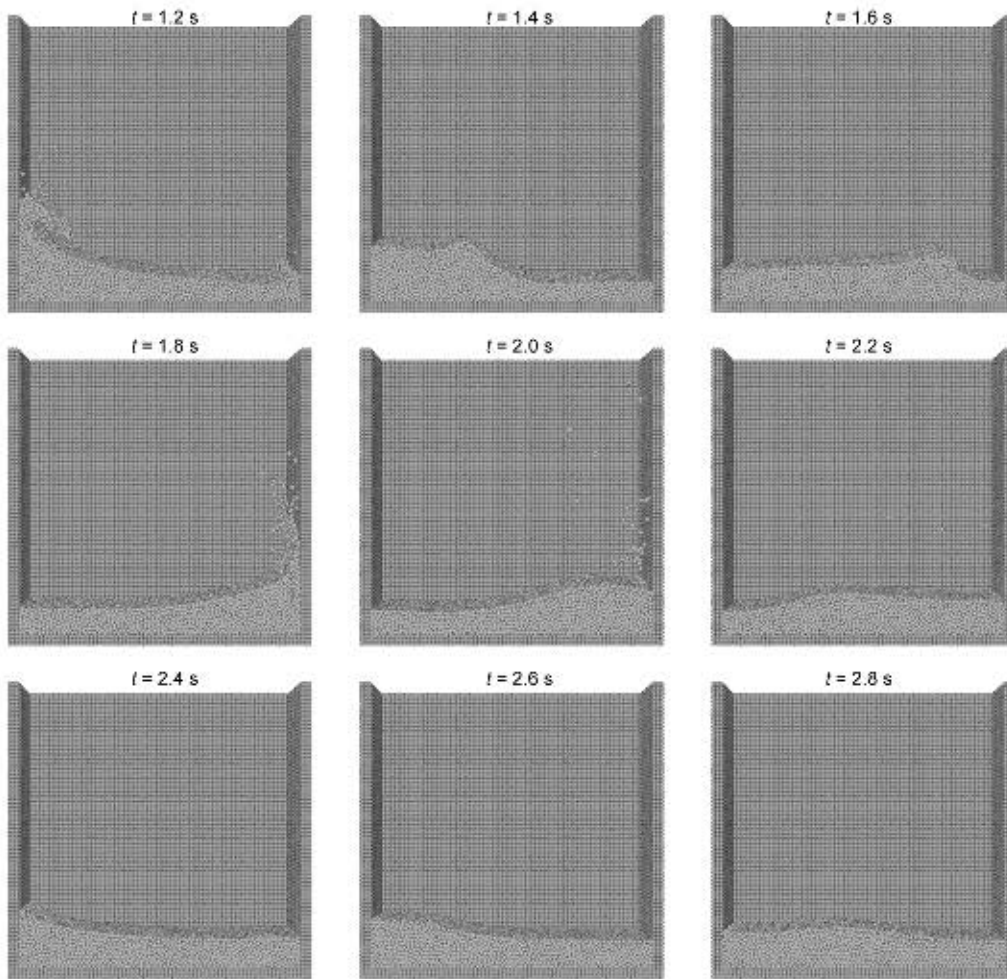


图9 XMPS 在不同时刻的数值模拟结果

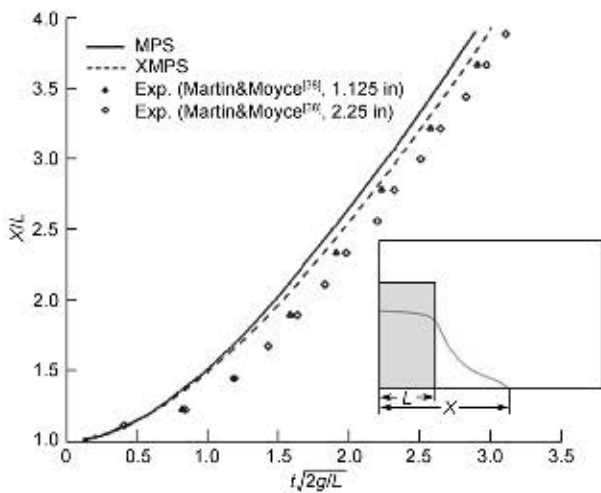


图10 水柱波前的计算结果与实验结果

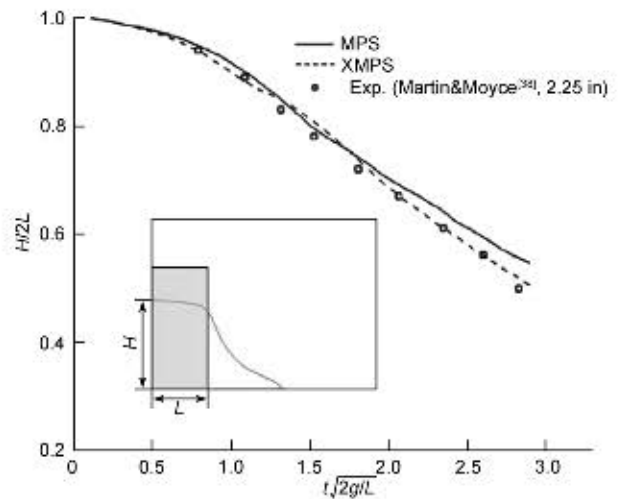


图11 水柱高度的计算结果与实验结果

了便于比较, 数据进行了无量纲化. 从结果看, 数值模拟与实验基本吻合, 尤其是 XMPS 方法吻合地比较好. 整体上看, 无论 MPS 还是 XMPS 都显示出了一定的可靠性.

3.2 溃坝模型 2

初始水柱的几何尺寸与溃坝模型 1 相似, 不同的是在水柱前 L 处放置一个小木块, 大小为 $h \times 2h \times h$, $h=0.024$ m, 如图 12. 计算域大小为 $4L \times 3L \times L$, 实验模型^[22]和初始粒子分布如图 13. 初始粒子间距 $\Delta l = h/3$, 粒子总数为 47193, 流体粒子数为 $18 \times 36 \times 17$, 边界粒子数为 36177. 计算方法采用 XMPS, 计算参数与表 1 相同.

不同时刻的实验与数值结果如图 14~17. 在 $t=0.1$ s 时, 水柱已经开始坍塌, 在 0.15 s 左右, 水柱前端到达障碍物处, 随后发生剧烈的撞击, 由于小木块的阻挡, 水面卷起一个“水舌”, 并加速向右前方移动, 如图 15 和 16 所示. 从结果可以看到, 数值方法很好地模拟了这一流动现象, 数值结果与实验吻合地非常好. 在 $t=0.5$ s 时, 水柱已经撞到右侧壁并在重

力的作用下开始下落, 从图 17 可以看到, 此时计算结果与实验有明显的差异. 这主要是由于在接近 $t=0.4$ s 时, 水面撞到了右侧壁面(见图 18), 水面与壁面之间构成一封闭区域, 此时卷入的空气产生的影响是不可忽略的, 这一点从实验中水面破碎的形状也可看出(图 17). 如果采用两相流的模拟方法有望更好地模拟这一现象.

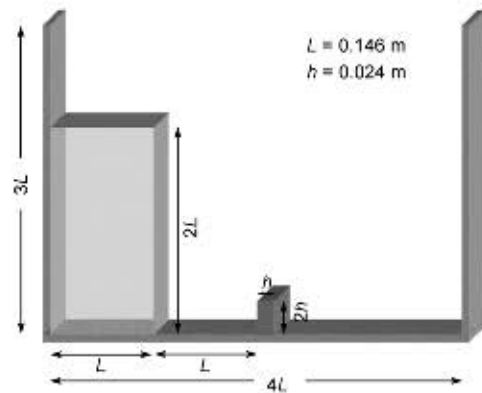


图 12 溃坝模型 2 的几何尺寸

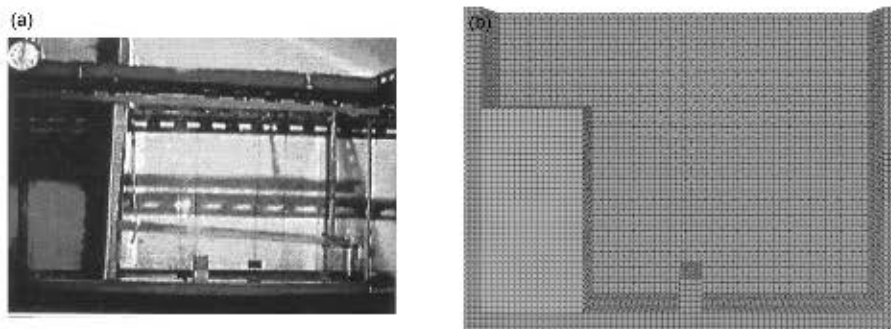


图 13 溃坝模型 2 的初始状态

(a) 实验^[22]; (b) 3D 数值模拟

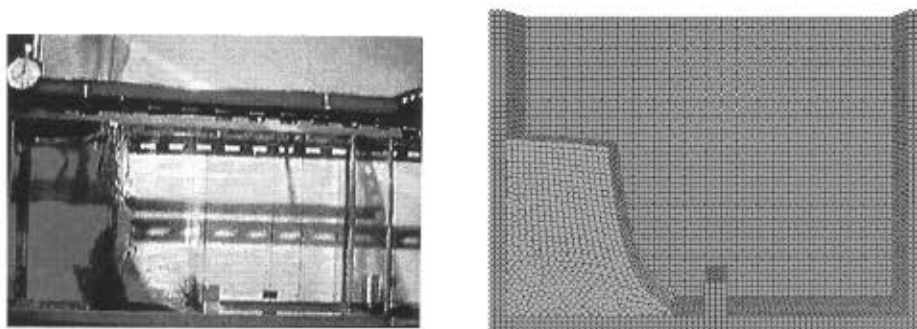


图 14 溃坝 2 的实验^[22]与数值模拟结果($t=0.1$ s)

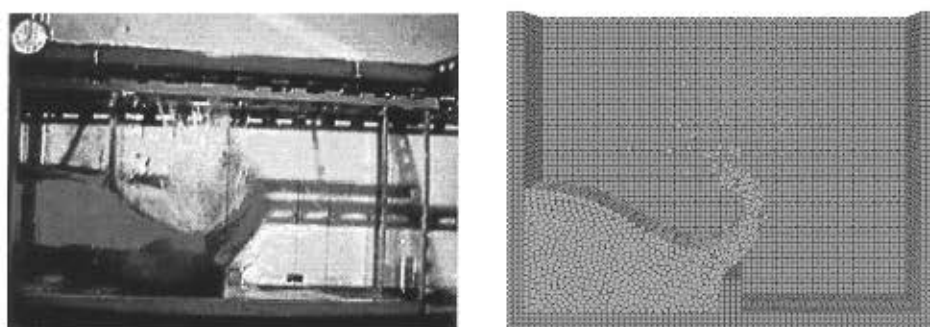


图 15 溃坝 2 的实验^[22]与数值模拟结果($t=0.2\text{ s}$)

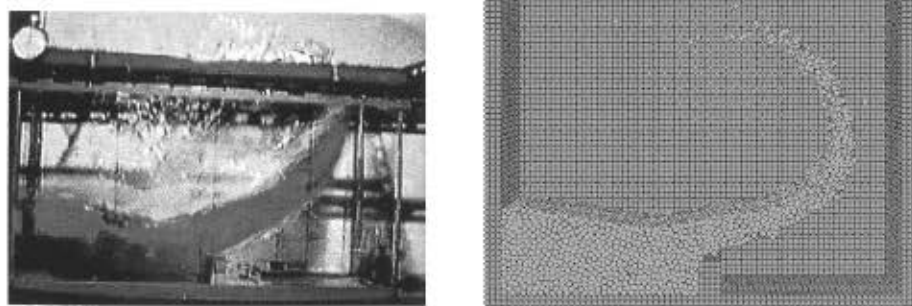


图 16 溃坝 2 的实验^[22]与数值模拟结果($t=0.3\text{ s}$)

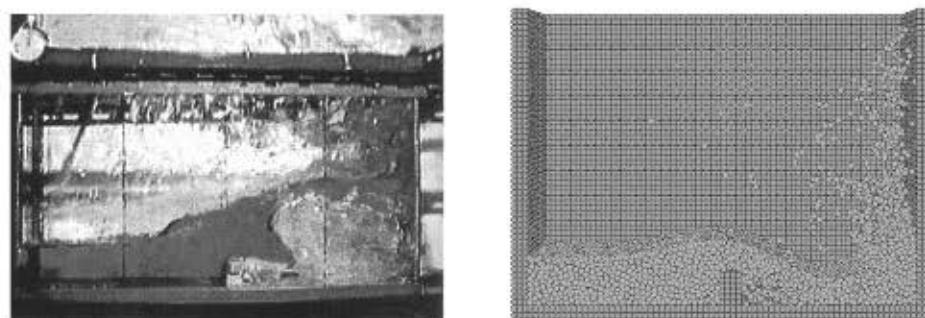


图 17 溃坝 2 的实验^[22]与数值模拟结果($t=0.5\text{ s}$)

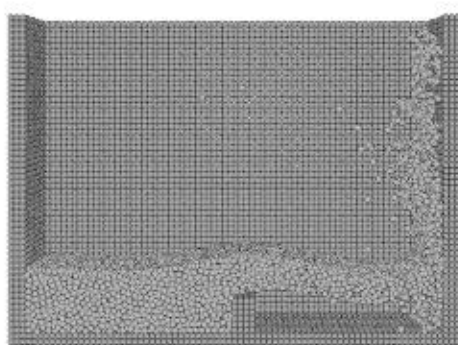


图 18 $t=0.4\text{ s}$ 时水面形状

3.3 溃坝模型 3

这一节给出一个完全三维的溃坝流动的模拟结果. 水柱大小为 $L \times 2L \times L$, $L=0.146\text{ m}$, 水柱被置于墙角处, 前面设有一方柱, 尺寸为 $d \times 10d \times d$, $d=0.0292\text{ m}$, 如图 19. 计算域的大小为 $4.2L \times 4.2L \times 3L$, 初始粒子分布如图 20. 粒子间距 $\Delta l = L/20$, 粒子总数为 98215, 其中流体粒子数为 $20 \times 40 \times 20$, 边界粒子数为 82215. 计算方法采用 XMPS, 计算参数与表 1 相同. 初始时刻, 水柱和方柱的粒子分布如图 20, 流体处于静止状态.

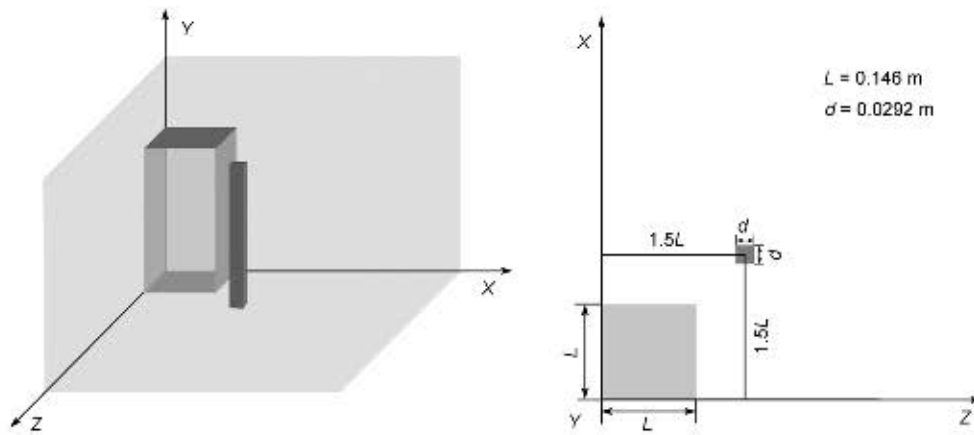


图19 溃坝模型3的几何尺寸

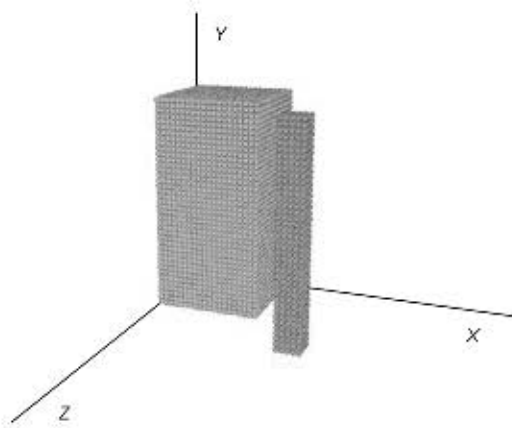


图20 初始粒子分布

不同时刻的计算结果如图 21~23. 从图 21 的粒子分布和速度大小可以看出, 三维溃坝初期, 水柱的两个底角速度较大, 水柱的前缘在底面散开, 逐渐趋

于 1/4 圆形. 在 $t=0.15\text{ s}$ 左右, 水柱的前端撞到方柱上, 水面被划破(如图 23). 在 $t=0.3\text{ s}$ 时(图 23), 水柱已经完全坍塌. 从整个流动结果看, MPS 方法再次显示了拉格朗日粒子法在处理复杂自由面问题中所具有的巨大优势.

4 结论

本文将 MPS 方法用于三维溃坝流动问题的数值求解. 数值模拟结果与实验吻合非常好, 验证了 MPS 的可靠性. 从流动过程看, 水面发生了翻卷、破碎以及入水等现象, 对于这些复杂的流动, MPS 方法显示出了极好的灵活性. 由于拉格朗日粒子间没有固定的拓扑关系, 可以较为自由地移动, 因此, 在追踪复杂自由面形状时, 粒子法具有很大的优势. 本文对 MPS 的粒子移动方式进行了改进, 即 XMPS 方法.

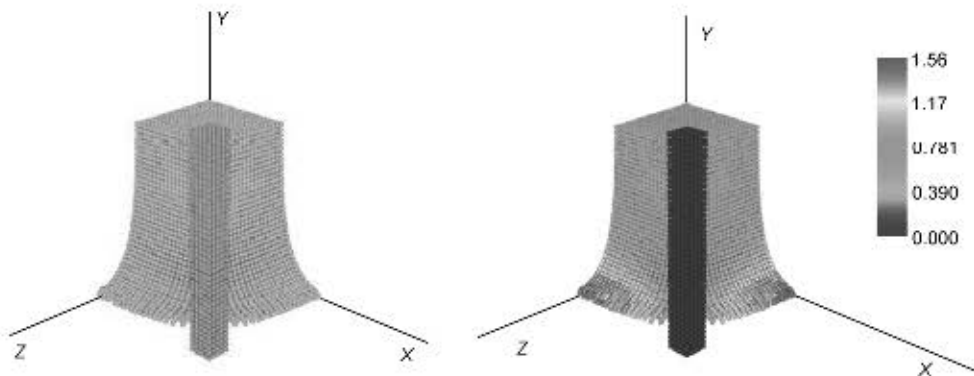


图21 $t=0.1\text{ s}$ 的粒子分布及速度场

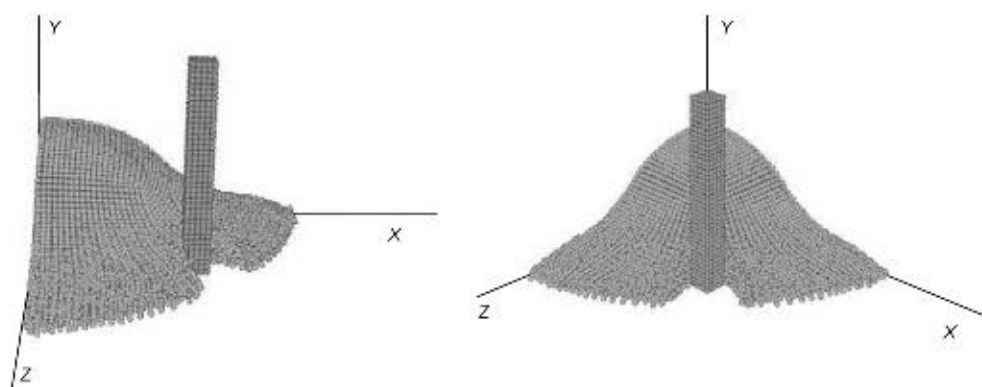


图 22 $t=0.2\text{ s}$ 时的粒子分布

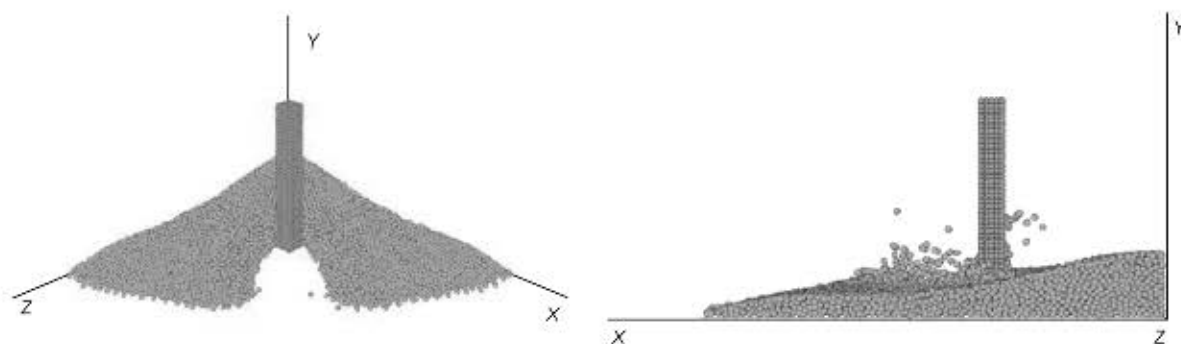


图 23 $t=0.3\text{ s}$ 时的粒子分布

计算结果表明,改进后的方法有助于改善粒子的分布方式,消除传统 MPS 方法中粒子过于零散的缺点,从而易于捕捉到流动的细节,给出更为合理的自由面形状。粒子法对一些数值格式的改变还是较为敏感的,如何构建更为合理的数值格式和分析其中的敏感性是值得进一步研究的。同时,粒子法的计算量

较大,尤其是对于三维问题,在模拟复杂的大型工程问题时,并行计算也许是不可避免的。基于 CPU 和 GPU 的 MPS 并行模拟也将是一个很有应用价值的工作。随着研究的日益深入,相信 MPS 将会不断地发展,并在流体力学的研究和工程应用中发挥越来越重要的作用。

参考文献

1. Bvare M, Harlow F. The particle-in-cell method for hydrodynamic calculations. Technical Report, Los Alamos Scientific Lab., Report Number: A816483, 1957
2. Harlow F, Welch J. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys Fluids*, 1965, 8(12): 2182-2189
3. Hirt C W, Nichols B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J Comput Phys*, 1981, 39(1): 201-225
4. Osher S, Sethian J. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *J Comput Phys*, 1988, 79(1): 12-49
5. Idelsohn S R, Oñate B, Pin F D, et al. Fluid-structure interaction using the particle finite element method. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2006, 195(17-18): 2100-2123
6. Hietel D, Steiner K, Struckmeier J. A finite-volume particle method for compressible flows. *Math Models Methods Appl Sci*, 2000, 10(9): 1363-1382
7. Shobeiry G, Afshar M H. Simulating free surface problems using Discrete Least Squares Meshless method. *Comput Fluids*, 2009, 39(3):

461-470

- 8 Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astron J*, 1977, 82(12): 1013-1024
- 9 Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics—Theory and application to non-spherical stars. *R Astron Soc*, 1977, 181: 375-389
- 10 Monaghan J J. Smoothed Particle Hydrodynamics. *Annu Rev Astron Astrophys*, 1992, 30(1): 543-574
- 11 Benz W. Applications of Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) to astrophysical problems. *Comput Phys Commun*, 1988, 48(1): 97-105
- 12 Rasio F, Shapiro S. Collisions of giant stars with compact objects-Hydrodynamical calculations. *Astrophys J*, 1991, 377: 559-580
- 13 Monaghan J. Modelling the universe. In: *Proceedings of the Astronomical Society of Australia*, 1990. 233-237
- 14 Monaghan J. Simulating free surface flows with SPH. *J Comput Phys*, 1994, 110(2): 399-406
- 15 Monaghan J J, Kocharyan A. SPH simulation of multi-phase flow. *Comput Phys Commun*, 1995, 87(1-2): 225-235
- 16 Morris J. Analysis of smoothed particle hydrodynamics with applications. Dissertation for the Doctoral Degree. Melbourne: Monash University, 1996
- 17 Chen J K, Beraun J E, Carney T C. A corrective smoothed particle method for boundary value problems in heat conduction. *Int J Numer Methods Eng*, 1999, 46(2): 231-252
- 18 Morris J P, Zhu Y, Fox P J. Parallel simulations of pore-scale flow through porous media. *Comput Geotech*, 1999, 25(4): 227-246
- 19 Libersky L D, Randles P W, Carney T C, et al. Recent improvements in SPH modeling of hypervelocity impact. *Int J Impact Eng*, 1997, 20: 525-532
- 20 Sweigle J W, Attaway S W. On the feasibility of using smoothed particle hydrodynamics for underwater explosion calculations. *Comput Mech*, 1995, 17(3): 151-168
- 21 Liu M B, Liu G R, Lam K Y, et al. Smoothed particle hydrodynamics for numerical simulation of underwater explosion. *Comput Mech*, 2003, 30(2): 106-118
- 22 Koshizuka S, Oka Y, Tamako H. A particle method for calculating splashing of incompressible viscous fluid. In: *Proceedings of the International Conference, Mathematics and Computations, Reactor Physics, and Environmental Analyses*, 1995. 1514-1521
- 23 Koshizuka S, Oka Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nucl Sci Eng*, 1996, 123(3): 421-434
- 24 Cummins S J, Rudman M. An SPH projection method. *J Comput Phys*, 1999, 152(2): 584-607
- 25 Koshizuka S, Nobe A, Oka Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method. *Int J Numer Methods Fluids*, 1998, 26(7): 751-769
- 26 Chikazawa Y, Koshizuka S, Oka Y. A particle method for elastic and visco-plastic structures and fluid-structure interactions. *Comput Mech*, 2001, 27(2): 97-106
- 27 Sueyoshi M. Numerical simulation of extreme motions of a floating body by MPS method. *Ocean-MTS/IEEE Techno-Ocean: Bridges across the Oceans*, Kobe, Japan, 2004. 566-572
- 28 Gotoh H, Ikari H, Memita T, et al. Lagrangian particle method for simulation of wave overtopping on a vertical seawall. *Coast Eng J*, 2005, 47(2-3): 157-181
- 29 Gotoh H, Sakai T. Key issues in the particle method for computation of wave breaking. *Coast Eng*, 2006, 53(2-3): 171-179
- 30 Pan X J, Zhang H X, Lu Y T. Numerical simulation of viscous liquid sloshing by Moving-Particle Semi-Implicit Method. *J Mar Sci Appl*, 2008, 7(3): 184-189
- 31 Pan X J, Zhang H X, Lu Y T. Moving-Particle Semi-Implicit Method for vortex patterns and roll damping of 2D ship sections. *China Ocean Eng*, 2008, 30: 399-407
- 32 Sueyoshi M, Naito S. A study of nonlinear fluid phenomena with particle method (Part 2): Two dimensional hydrodynamics forces. *J Kansai Soc Naval Arch*, 2001, 235: 125-132
- 33 Hibi S, Yabushita K. A study on reduction of unusual pressure fluctuation of MPS method. *J Kansai Soc Naval Arch*, 2004, 241: 125-131
- 34 Khayyer A, Gotoh H. Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure. *Coast Eng*, 2009, 56(4): 419-440
- 35 Xie H, Koshizuka S, Oka Y. Simulation of drop deposition process in annular mist flow using three-dimensional particle method. *Nucl Eng Design*, 2005, 235(16): 1687-1697
- 36 Shibata K, Koshizuka S, Tanizawa K. Three-dimensional numerical analysis of shipping water onto a moving ship using a particle method. *J Mar Sci Technol*, 2009, 14(2): 214-227
- 37 Gotoh H, Khayyer A, Ikari H, et al. Refined reproduction of a plunging breaking wave and resultant splash-up by 3D-CMPS method. In: *Proceedings of the Nineteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, Osaka, Japan, 2009. 518-524
- 38 Martin J C, Moyce W J. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane. *R Soc*, 1952, 244(882): 312-324

Application of MPS in 3D dam breaking flows

ZHANG YuXin & WAN DeCheng*

State Key laboratory of Ocean Engineering, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

MPS (Moving Particle Semi-Implicit) is one of Lagrangian particle methods, which has a great advantage in dealing with flow problems with a large deformation of free surface. In this paper, MPS is extended to 3D dam breaking flow problems. The scheme of particle moving is modified, the corrected MPS method (XMPS) can keep particles more orderly, and prevent the penetration of particles each other. Numerical results show that MPS and XMPS have excellent flexibility and reliability in dealing with complicated free surface flows, their numerical simulation can predict the shape and position of free surface very well, even there are turn-up and coalescence of water and impacting on the obstacle. Moreover, the XMPS can give a clearer and smoother shape of free surface and provide more detailed information and features of the complex flows than those obtained by the MPS.

Lagrangian particle method, MPS, free surface flow, 3D dam breaking flows

PACS: 47.10.ad, 47.11.Mn, 02.70.Ns

doi: 10.1360/132010-1195